12-1 平衡 2021年3月28日10点41分

什么是物理？

尽管有力作用于人类，人类的构造还是应该保持稳定。 例如，建筑物尽管受到重力和风力的影响仍应保持稳定，而桥梁应受到重力的作用而向下拉，并且反复受到汽车和卡车的震动，桥梁应保持稳定。 物理学的一个重点是使物体不受任何力作用而保持稳定的原因。 在本章中，我们研究了稳定性的两个主要方面：作用在刚性物体上的力和转矩的平衡以及非刚性物体的弹性（一种决定这些物体如何变形的属性）。 如果正确完成了这一物理学，它将成为物理学和工程学杂志上无数篇文章的主题。 如果处理不当，它将成为报纸和法律期刊上无数文章的主题。

平衡

考虑以下对象：（1）一本书放在桌子上；（2）冰球以恒定速度在无摩擦的表面上滑动；（3）吊扇的旋转叶片；（4）自行车的轮子 正以恒定的速度沿着一条直线路径行驶。 对于这四个对象，

1. 其质心的线性动量→P是恒定的。
2. 绕其质心或任何其他点的角动量→L也恒定。

我们说这些物体处于平衡状态。 平衡的两个要求是

在本章中，我们关注的是方程12-1中的常数为零的情况。 也就是说，我们主要关注的是在观察对象的参考框架中没有以任何方式移动（平移或旋转）的对象。 这些物体处于静态平衡。 在本模块开始时提到的四个对象中，只有一个（放在桌子上的书）处于静态平衡。

图12-1的平衡岩是物体的另一个示例，至少目前还处于静态平衡状态。 它与不计其数的其他建筑物（例如大教堂，房屋，文件柜和炸玉米饼摊位）共享该属性，这些建筑物随着时间的推移会保持静止。 正如我们在模块8-3中所讨论的，如果物体在受力离开该状态后返回静态平衡状态，则该物体被称为处于稳定的静态平衡状态。 放置在半球形碗底部的大理石就是一个例子。 但是，如果很小的力可以使物体移位并结束平衡，则该物体将处于不稳定的静态平衡中。

多米诺骨牌。 例如，假设我们将多米诺骨牌与多米诺骨牌的质心在支撑边缘垂直上方平衡，如图12-2a所示。 多米诺骨牌上由于重力→Fg引起的围绕支撑边缘的扭矩为零，因为→Fg的作用线穿过该边缘。 因此，多米诺骨牌处于平衡状态。 当然，由于一些偶然的干扰，即使是很小的力也会结束平衡。 当→Fg的作用线移到支撑边缘的一侧时（如图12-2b所示），由于→Fg引起的扭矩增加了多米诺骨牌的旋转。 因此，图12-2a中的多米诺骨处于不稳定的静态平衡。

图12-2c中的多米诺骨不太稳定。 为了推翻该多米诺骨牌，必须使其受力旋转，然后超过图12-2a的平衡位置，在该位置，质心在支撑边缘上方。 轻微的作用力不会使多米诺骨牌倒塌，但是用手指轻拂多米诺骨牌肯定可以。 （如果我们将这样的直立的多米诺骨牌排列成一串，那么用手指轻拂第一个多米诺骨牌可能会导致整个链坠落。）

一个块。图12-2d中的儿童正方形方块更加稳定，因为它的重心必须移动得更远才能使其通过支撑边缘。轻弹手指可能不会使方块翻倒。 （这就是为什么您永远不会看到一连串的正方形方块倒塌的原因。）图12-3中的工人就像多米诺骨牌和正方形方块一样：与梁平行，他的姿势宽阔且稳定；垂直于光束，他的姿势狭窄且不稳定（受一阵风的影响）。静平衡分析在工程实践中非常重要。设计工程师必须隔离并识别可能作用在结构上的所有外力和扭矩，并通过良好的设计和明智的材料选择，确保结构在这些载荷下保持稳定。这样的分析对于确保例如桥梁在其交通和风荷载下不会倒塌以及确保飞机的起落架在崎s的着陆冲击后能够正常工作而言是必要的。

平衡的要求

物体的平移运动受牛顿第二定律控制，其线性动量形式由公式9-27给出：

如果物体处于平移平衡状态，即→P为常数，则d P→/ dt = 0，我们必须

物体的旋转运动由牛顿第二定律控制，该定律以角动量形式表示，如公式11-29所示：

如果物体处于旋转平衡状态，即→L为常数，则d L→/ dt = 0，我们必须

因此，使物体达到平衡的两个要求如下：

作用在身体上的所有外力的矢量和必须为零。

在任何可能的点上测得的作用在身体上的所有外部扭矩的矢量和也必须为零。

这些要求显然适用于静态平衡。 它们也适用于更一般的平衡，其中→P和→L是恒定的，但不是零。 作为矢量方程的方程12-3和12-5分别等效于三个独立的组件方程，每个坐标轴方向对应一个方程：

主要方程式。 我们将通过仅考虑作用在人体上的力位于xy平面中的情况简化问题。 这意味着只能作用在身体上的扭矩必须趋于引起绕平行于z轴的轴旋转。 在此假设下，我们从公式12-6中消除了一个力方程和两个扭矩方程，

𝜏net，z是外力绕z轴或平行于z轴的任何方向产生的净转矩。 以恒定速度在冰上滑动的冰球满足方程12-7、12-8和12-9，因此处于平衡状态，但不处于静态平衡状态。 对于静态平衡，圆盘的线性动量→P不仅必须恒定，而且还必须为零。 冰球必须在冰上静止。 因此，还需要静态平衡：

物体的线性动量→P必须为零。

重心

扩展物体上的重力是作用在物体各个元素（原子）上的重力的矢量和。 不用考虑所有这些单独的元素，我们可以说

人体上的重力→Fg有效地作用于称为人体重心（cog）的单个点。

这里的“有效”一词是指，如果以某种方式关闭了各个元件上的重力，并且打开了重心处的重力→Fg，则作用在轴上的净力和净转矩（大约任何点）都将作用于轴上。 身体不会改变。

到现在为止，我们假设重力→Fg作用于身体的质心（com）。 这等效于假设重心在质量中心。 回想一下，对于质量为M的物体，力→Fg等于Mg→，其中→g是如果物体自由下落时该力将产生的加速度。 在下面的证明中，我们表明

如果→g对于身体的所有元素都相同，则该身体的重心（cog）与该身体的质心（com）一致。

这对于日常物体而言几乎是正确的，因为→g沿地球表面变化很小，并且其幅度仅随高度而略有下降。 因此，对于像鼠标或驼鹿这样的物体，我们假设重力在质心起作用是合理的。 在以下证明之后，我们将恢复该假设。

证明

首先，我们考虑身体的各个元素。 图12-4a显示了质量为M的延伸主体及其质量为mi的一个元素。 重力→F gi作用在每个这样的元素上，并且等于mi→gi。 →gi的下标表示g→i是元素i所在位置的重力加速度（其他元素可能有所不同）。 对于图12-4a中的物体，作用在一个元件上的每个力→Fgi在力矩Oi的作用下，绕着原点O在元件上产生一个扭矩𝜏i。 使用公式10-41（𝜏 =r⊥F）作为指导，我们可以将每个转矩𝜏i表示为

则身体所有元素上的净扭矩为

接下来，我们将整体视为身体。 图12-4b显示了作用在人体重心上的重力→F g。 该力在力矩为xcog的情况下在身体上产生大约为O的扭矩𝜏。 再次使用公式10-41，我们可以将该转矩写为

物体上的重力→Fg等于其所有元素上的重力→F gi的总和，因此我们可以用公式12-12中的∑Fgi代替Fg来写

现在回想一下，由于作用在重心上的力→Fg引起的扭矩等于由于作用在人体所有元素上的所有力→Fgi引起的净扭矩。 （这就是我们定义重心的方式。）因此，公式12-13中的to等于公式12-11中的𝜏net。 将这两个方程放在一起，我们可以写

用migi代替Fgi给我们

现在这是一个关键思想：如果元素所有位置的加速度gi都相同，我们可以从该方程式中消除gi来写

所有元素的质量之和∑mi是身体的质量M。 因此，我们可以将公式12-15重写为

12-2 静态平衡的一些例子 2021年3月28日11点36分

在这里，我们研究了几个涉及静态平衡的样本问题。 在每个模型中，我们选择一个包含一个或多个对象的系统，并将其应用均衡方程式（方程式12-7、12-8和12-9）。 参与平衡的力全部在xy平面上，这意味着所涉及的扭矩平行于z轴。 因此，在应用公式12-9中的转矩平衡时，我们选择了一个与z轴平行的轴来围绕其计算转矩。 尽管对于任何这样的轴选择都满足公式12-9的要求，但您会看到某些选择通过消除一个或多个未知力项简化了公式12-9的应用。

12-3 弹性 2021年3月28日11点57分

不确定的结构

对于本章的问题，我们只有三个独立的方程式可供使用，通常是围绕给定旋转轴的两个力平衡方程式和一个转矩平衡方程式。 因此，如果一个问题有三个以上的未知数，我们将无法解决。 考虑一辆不对称装载的汽车。 四个轮胎上有什么力（全部不同）？ 同样，我们找不到它们，因为我们只有三个独立的方程式。 同样，我们可以解决三腿桌子的平衡问题，但不能解决四腿桌子的平衡问题。 像这样的问题，其中未知数多于方程式，称为不确定性。 然而，现实世界中存在不确定性问题的解决方案。 如果将汽车轮胎放在四个平台秤上，则每个秤都会记录一个确定的读数，读数的总和即为汽车的重量。 是什么使我们无法通过求解方程式找到各个力？

问题在于，我们没有充分说明就假设我们要应用静态平衡方程的物体是完全刚性的。 我们的意思是说，当施加力时它们不会变形。 严格来说，没有这样的机构。 例如，汽车的轮胎在负载下很容易变形，直到汽车沉降到静态平衡位置为止。

我们都有过一个摇摆不定的餐厅桌子的经验，我们通常通过将折叠纸放在一只腿下面来平整桌子。 但是，如果有足够大的大象坐在这样的桌子上，那么您可以确定，如果桌子没有塌陷，它会像汽车轮胎一样变形。 它的支腿将全部接触地板，向上作用在桌子支腿上的力将全部采用确定的值（和不同的值），如图12-9所示，并且桌子将不再摆动。 当然，我们（和大象）会被扔到街上，但是，原则上，在这种或类似情况下，在变形的情况下，我们如何找到作用在腿上的那些力的个体值？ 为了解决这种不确定的平衡问题，我们必须在平衡方程式的基础上补充一些弹性知识，这是物理学和工程学的一个分支，描述了当力施加到它们时，真实物体是如何变形的。

弹性

当大量原子聚在一起形成金属固体（例如铁钉子）时，它们沉降到三维晶格中的平衡位置，这是重复排列，其中每个原子与其最近的邻居都具有明确的平衡距离 。 原子通过原子间的力保持在一起，在图12-10中，原子间的力被建模为微小的弹簧。 晶格非常坚硬，这是“原子间弹簧”极其坚硬的另一种说法。 出于这个原因，我们认为许多普通物体（例如金属梯子，桌子和勺子）都非常坚硬。 当然，某些普通物体（例如花园水管或橡胶手套）根本不会像坚硬的物体一样撞击我们。 构成这些对象的原子并不像图12-10那样形成刚性晶格，而是排列在长而柔韧的分子链中，每条链仅松散地与其邻居相连。

所有实际的“刚体”在某种程度上都是弹性的，这意味着我们可以通过拉，推，扭曲或压缩它们来稍微改变它们的尺寸。 要了解所涉及的数量级，可以考虑将一根长度为1 m，直径为1 cm的垂直钢棒连接到工厂天花板上。 如果从这样的杆的自由端悬挂小型汽车，则杆将拉伸，但只能拉伸约0.5毫米，即0.05％。 此外，拆卸汽车时，杆将返回其原始长度。

如果您从拉杆上挂了两辆车，则拉杆将被永久拉伸，并且在卸下负载后将无法恢复其原始长度。 如果您从挂杆上挂了三辆车，挂杆会折断。 在断裂之前，杆的伸长率将小于0.2％。 尽管这种大小的变形看起来很小，但它们在工程实践中很重要。 （承受负载的机翼是否会留在飞机上显然很重要。）

三种方式。 图12-11显示了三种方式，当力作用于实体时，实体可能会更改其尺寸。 在图12-11a中，圆柱体被拉伸。 在图12-11b中，圆柱体在垂直于其长轴的力的作用下变形，这与我们可能使一叠纸牌或一本书变形一样。 在图12-11c中，放置在高压流体中的固体物体在所有侧面均被均匀压缩。 三种变形类型的共同点是，应力或每单位面积的变形力会产生应变或单位变形。 在图12-11中，（a）表示拉伸应力（与拉伸相关），（b）表示剪切应力，（c）表示水力应力。 在图12-11的三种情况下，应力和应变采用不同的形式，但在工程实用性的范围内，应力和应变彼此成比例。 比例常数称为弹性模量，因此

在标准的拉伸性能测试中，测试圆柱体上的拉伸应力（如图12-12中所示）从零逐渐增加到圆柱体破裂的点，并仔细测量并绘制应变。 结果是应力与应变的关系图，如图12-13所示。 对于很大范围的外加应力，应力-应变关系是线性的，当应力消除后，试样将恢复其原始尺寸。 公式12-22在这里适用。 如果应力增加到超过试样的屈服强度Sy，则试样将永久变形。 如果应力继续增加，则样品最终会在称为极限强度Su的应力下破裂。

张力与压缩

对于简单的拉伸或压缩，物体上的应力定义为F / A，其中F是垂直于物体上区域A施加的力的大小。 这样，应变或单位变形即为无量纲的量ΔL/ L，即试样长度的分数（有时是百分比）变化。 如果试样是一根长杆，并且应力不超过屈服强度，那么当施加给定应力时，不仅整个杆而且杆的每个部分都承受相同的应变。 由于应变是无量纲的，因此公式12-22中的模量具有与应力（即每单位面积的力）相同的尺寸。

拉应力和压应力的模量称为杨氏模量，在工程实践中用符号E表示。公式12-22变为

样品中的应变∆L / L通常可以使用应变计方便地进行测量（图12-14），该应变计可以通过胶粘剂直接连接到运行机械上。 它的电性能取决于它所承受的应变。 尽管物体的杨氏模量在拉力和压缩力上可能几乎相同，但两种应力类型下物体的极限强度可能会有所不同。 例如，混凝土抗压强度很高，但抗拉强度很弱，以至于几乎从来没有以这种方式使用。 表12-1显示了某些工程学上感兴趣的材料的杨氏模量和其他弹性特性。

剪力

在剪切的情况下，应力也是单位面积上的力，但是力矢量位于该区域的平面中，而不是垂直于该平面。 应变为无量纲比Δx/ L，其定义如图12-11b所示。 相应的模量（在工程实践中用符号G表示）称为剪切模量。 为了进行剪切，公式12-22表示为

旋转轴在负载下会发生剪切，并且由于弯曲会导致骨折。

水力应力

在图12-11c中，应力是对象上的流体压力p，正如您将在第14章中看到的那样，压力是每单位面积上的力。 应变为∆V / V，其中V为样品的原始体积，而∆V为体积变化的绝对值。 带有符号B的相应模量称为材料的体积模量。 据说该物体处于水压下，该压力可以称为水压。 对于这种情况，我们将公式12-22编写为

水的体积模量为2.2×109 N / m2，钢的体积模量为1.6×1011 N / m2。 太平洋底部平均深度约为4000 m的压力为4.0×107 N / m2。 由于该压力，一定体积的水的压缩分数ΔV/ V为1.8％； 对于钢物体来说，仅为0.025％左右。 通常，具有刚性原子晶格的固体比液体的可压缩性小，而原子或分子与它们的邻居之间的紧密性不如液体。